

第2回 試行・事象・確率

(教科書 1.1.1 試行・事象)

試行 (trial) : 同一の条件のもとで繰り返すことができ、その結果が偶然だけに支配されるような実験や観測などを行うこと。

事象 (event) : 試行に対して起こる結果のこと。

例) 「コインを投げる」、「サイコロを振る」を試行とすると、「表が出る」、「1の目が出る」、「偶数の目が出る」などの結果が事象

1つの試行に対して起こり得るいくつかの結果のそれぞれ1つ1つ ⇒ **基本事象 (根元事象, 標本)**
基本事象全体からなる集合 ⇒ Ω : **標本空間** (sample space)

Ω をある試行の標本空間とする

Ω の部分集合 ⇒ **事象** (event)

Ω 自身 ⇒ **全事象** (whole event) Ω

空集合 ⇒ **空事象** (null event) ϕ

標本空間 Ω (全事象), 事象 A, B

基本事象 ω が事象 A の要素であるとき $\omega \in A$.

基本事象 ω が事象 B の要素ではないとき $\omega \notin B$.

事象の演算

- **余事象** 事象 A が起こらないという事象 \bar{A}

$$\bar{A} = \{\omega | \omega \notin A\}$$

- **和事象** A または B が起こるという事象

$$A \cup B = \{\omega | \omega \in A \text{ または } \omega \in B\}$$

- **積 (共通) 事象** A と B がともに起こるという事象

$$A \cap B = \{\omega | \omega \in A \text{ かつ } \omega \in B\}$$

- **差事象** A は起こるが B は起こらないという事象

$$A - B = A \cap \bar{B} = \{\omega | \omega \in A \text{ かつ } \omega \notin B\}$$

- **排反事象** A と B が同時に起こることは不可能であるとき, A と B とは互いに排反

$$A \cap B = \phi$$

- **包含** $\omega \in A$ ならば $\omega \in B$ のとき, A は B に包含される

$$A \subset B$$

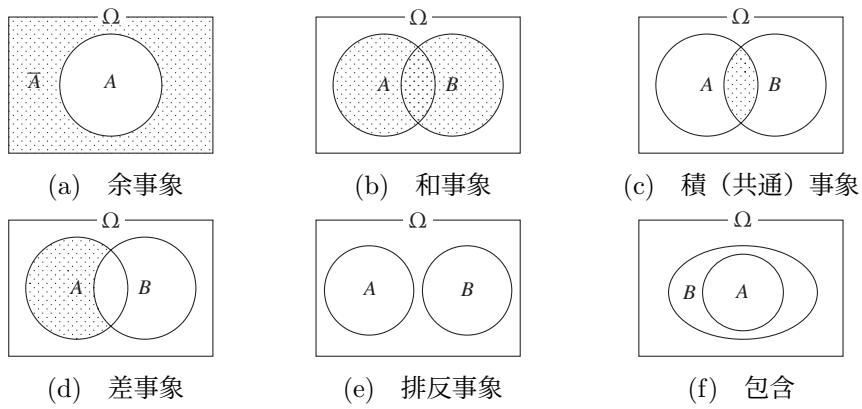


図 1: 標本空間と事象

ド・モルガン (De Morgan) の法則

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

相補法則

$$\overline{\bar{A}} = A, \quad \overline{\bar{\Omega}} = \phi, \quad \overline{\bar{\phi}} = \Omega$$

$$\overline{A \cup A} = \Omega, \quad \overline{A \cap A} = \phi$$

恒等法則

$$A \cup \phi = A, \quad A \cup \Omega = \Omega$$

$$A \cap \phi = \phi, \quad A \cap \Omega = A$$

(教科書 1.1.2 確率)

確率 (probability) : 同程度に確からしい場合の総数 n のうち, 事象 A が起こる場合の数が a であるとき, その比 a/n を事象 A の起こる**確率**という。

確率の公理 (コルモゴロフ, 1933)

標本空間 Ω , 事象 A, B

$P(A)$: 事象 A が起こる確率 $P(A) = n(A)/n(\Omega)$

- $0 \leq P(A) \leq 1$
- $P(\Omega) = 1$
- A_1, A_2, \dots, A_N が互いに排反事象 ($A_i \cap A_j = \phi$ ($i \neq j$)) ならば

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i)$$

確率の性質

- $A \subset B$ ならば, $P(B - A) = P(B \cup \bar{A}) = P(B) - P(A)$
 $\Rightarrow P(A) \leq P(B)$
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- $P(\phi) = 0$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 $\Rightarrow P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$

参考文献

- [1] 久保田一, 大石邦夫, 福本昌弘, "1.1 確率論の基礎", C 言語による情報理論入門, pp.2-6, コロナ社, 2007 (ISBN978-4-339-02521-0).