

第5回 ベルヌーイ試行

(教科書 1.1.6 ベルヌーイ試行)

ベルヌーイ試行 (独立試行, 反復試行) (Bernoulli trial) :

結果が 2 つしかない試行を独立に繰り返すこと

↓

それぞれの結果は他の試行に影響を与えない。

2 つの結果のうち, 一方を S (success), 他方を F (failre)

成功 S の確率 $P(S) = p$ とすれば, 失敗 F の確率 $P(F) = 1 - p$.

n 回の試行のうち, 成功 S が r 回 (失敗 F が $n - r$ 回) 起こる

(互いに独立な事象 $A, B \Rightarrow P(A \cap B) = P(A)P(B)$)

S が起こる回数が r 回であるような特定の結果になる確率

$$\Rightarrow p^r \times (1 - p)^{n-r} .$$

S が起こる回数が r 回である場合の組合せの総数

$${}_n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} .$$

n 回のベルヌーイ試行

確率変数 X の実現値を S の回数 r とする

$$P(X = r) = {}_n C_r p^r (1 - p)^{n-r}$$

この確率分布を **2 項分布** (binomial distribution) という。

2 項分布の試行回数 n を無限大とする極限をとって ($n \rightarrow \infty$) 連続型確率分布で近似したものが正規分布 (ガウス分布)

$$P(X = r) = {}_n C_r p^r (1 - p)^{n-r}$$

$$\Downarrow \quad (n \rightarrow \infty)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi np(1-p)}} e^{-\frac{(r-np)^2}{2np(1-p)}} .$$

正規分布の確率密度関数 $f(x)$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi np(1-p)}} e^{-\frac{(r-np)^2}{2np(1-p)}}$$

$$\Downarrow \quad \sigma^2 = np(1-p), \quad \mu = np$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$$

正規分布 (ガウス分布)

参考文献

- [1] 久保田一, 大石邦夫, 福本昌弘, ”1.1.6 ベルヌーイ試行”, C 言語による情報理論入門, pp.11-12, コロナ社, 2007 (ISBN978-4-339-02521-0).